

II Predavanje

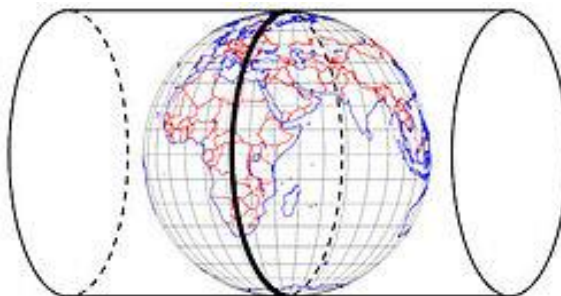
Gaus – Krigerova projekcija. Državni koordinatni sistem. Podjela projekcione ravni na listove R 1:5000, R 1:2500, R 1:1000 i R 1:500. Nanošenje i očitavanje koordinata tačaka sa listova planova pomoću decimetarske mreže. UTM projekcija.

2.1 Gaus-Krigerova projekcija

Gaus Krigerova projekcija je nazvana po njemačkom matematičaru K.F. Gaussu i austrijskom geodeti J.H.L. Krigeru. Danas je najčešće korišćena od svih kartografskih projekcija, prvenstveno za izradu krupnorazmjernih i nekih srednjerazmjernih karata. Usvojena je kao zvanična državna projekcija 1924. godine i za nju su usvojeni parametri Besselovog elipsoida. Gaus je izveo jednačine za konformno projektovanje sa elipsoidne Zemljine površine na površ lopte, a za prelaz sa ove na ravnu površ, tj. kartu. Gaus je u praksi primijenio i svoju metodu direktnog preslikavanja elipsoida na ravan (za izravnjanje triangulacione mreže grada Hanovera), ali je nije objavio.

Nakon pregleda Gausove naučne zaostavštine, profesor Postdamskog geodetskog instituta, matematičar i geodeta, Johan Hajnrih Luis Kriger publikovao je 1912. godine jednačine za neposredno projektovanje sa elipsoidne na ravnu površ. Ta projekcija je nazvana Gaus-Krigerova projekcija. Teoriju je zasnovao Gaus, dok je Kriger razvio formule za praktičnu primjenu.

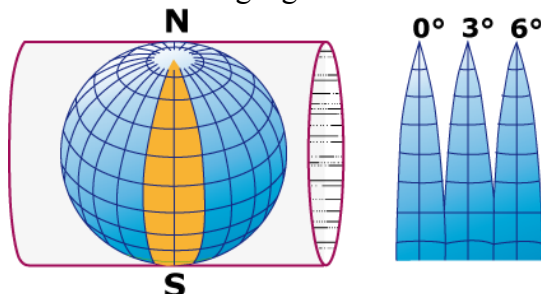
Osnova Gaus Krigerove projekcije je da se veći djelovi Zemljine površi projekiraju na omotač jednog zamišljenog cilindra, čija je uzdužna osa upravna na obrtnu osu planete Zemlje, tako da on stoji poprečno u odnosu na nju. Zbog toga se ova projekcija zove Gaus-Krigerova poprečno cilindrična projekcija meridijanskih zona. (Slika 1)



Slika 1. Gaus – Krigerova projekcija

Kad se omotač cilindra rasiječe po ravni koju sadrži ekvator (po izvodnici cilindra) i razvije u ravan, dobija se projekciona ravan na koju je moguće projekirati veće djelove Zemljine površi, bez značajne razlike između dužine lukova i njihovih projekcija na projekcionoj ravni. Pored toga, na toj ravni se kao prava linija projekcira centralni meridijan po kome cilindar tangira loptu, odnosno Zemlju a u isto vrijeme kao druga prava linija, projekcira se ekvator. Kad se rasiječe omotač cilindra i razvije u ravan, pojavljuje se pravougli koordinatni sistem koji za orijentaciju zamjenjuje geografski

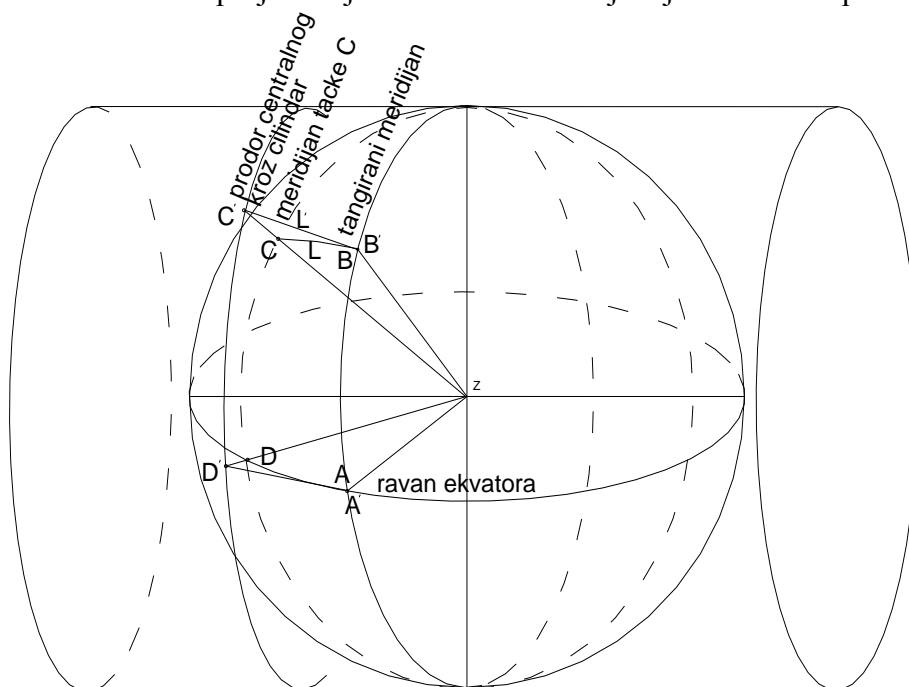
koordinatni sistem. Srednji meridijan zone prikazuje se kao prava linija, a svi ostali meridijani kao krive linije simetrične prema njemu. Ekvator se prikazuje kao prava linija, a sve ostale paralele kao krive linije simetrične prema njemu. Meridijani i paralele sijeku se pod pravim uglovima (Slika 2). Linearna razmjera duž srednjeg meridijana (dodirnog meridijana) jednaka je jedinici i ne zavisi od geografske širine.



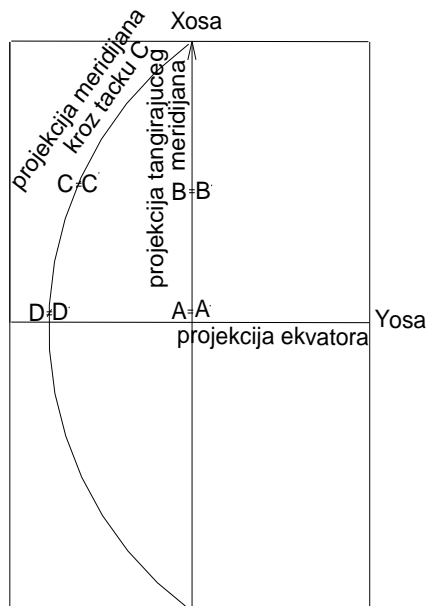
Slika 2. Projekiranje meridijanskih zona

Ovaj sistem za osnovnu mjernu jedinicu ima metar i u potpunosti odgovara za izradu geodetske podloge i projekata građevinskih objekata.

Projekcija tangirajućeg meridijana je proglašena za X osu, a projekcija ekvatora za Y osu. Z osa ovog sistema predstavlja normale u svakoj tački Zemljine površi koja je projekirana na ovu ravan, te se tako za svaku tačku može potpuno odrediti položaj izražen sa dvije koordinate X i Y u horizontalnoj ravni i Z koja predstavlja nadmorsku visinu H posmatrane tačke. Koordinata X je rastojanje te tačke od ekvatora, mjereno paralelno sa srednjim meridijanom (X osom) a Y koordinata je rastojanje te tačke od centralnog meridijana mjereno paralelno sa Y osom, odnosno sa projekcijom ekvatora. Na Slikama 3 i 4 se vidi kako se projekiraju tačke na cilindar. Tačke A i B koje se nalaze na centralnom meridijanu se projekiraju u tačke A' i B' koje se poklapaju sa njima dok se tačke C i D projekiraju u tačke C' i D' koje nijesu na istom položaju.



Slika 3. Gaus – Krigerova projekcija – projekiranje linija



Slika 4. Gaus – Krigerova projekcija – projiciranje tačaka

Prilikom projekcije dužina sa Zemljine površine na cilindar dolazi do njihovih deformacija tj. do njihovih uvećavanja. Na Slici 3 se vidi da je dužina L' veća od dužine L . Jedino se dužine sa dodirnog meridijana projiciraju bez deformacija. Zbog ovoga je usvojeno ograničenje da maksimalna deformacija dužine može da iznosi 1 dm/km, odnosno da se dužina od 1 km na površini Zemlje projicira na cilindar maksimalno kao 1.01 km. Ovo se postiže tako što se ograniči pojas projiciranja tj. širina koordinatnog sistema. Proračunato je da ukoliko ta širina iznosi 3° ($1,5^\circ$ lijevo i $1,5^\circ$ desno od dodirnog meridijana), tada će ovaj uslov biti zadovoljen. Ilustracija širine jedne ovakve meridijanske zone data je na Slici 5. Svaka zona projektuje se na zaseban dodirni cilindar („policilindrična” projekcija) koji dodiruje površ Zemlje duž srednjeg meridijana zone.

Pošto jedan stepen geografske dužine predstavlja dužinu cca 111 km (40000 km (obim Zemlje) / 360) dobijamo da je širina jednog ovakvog koordinatnog sistema cca 333 km, odnosno 116,5 km lijevo i desno od centralnog dodirnog meridijana.



Slika 5. Ilustracija meridijanske zone

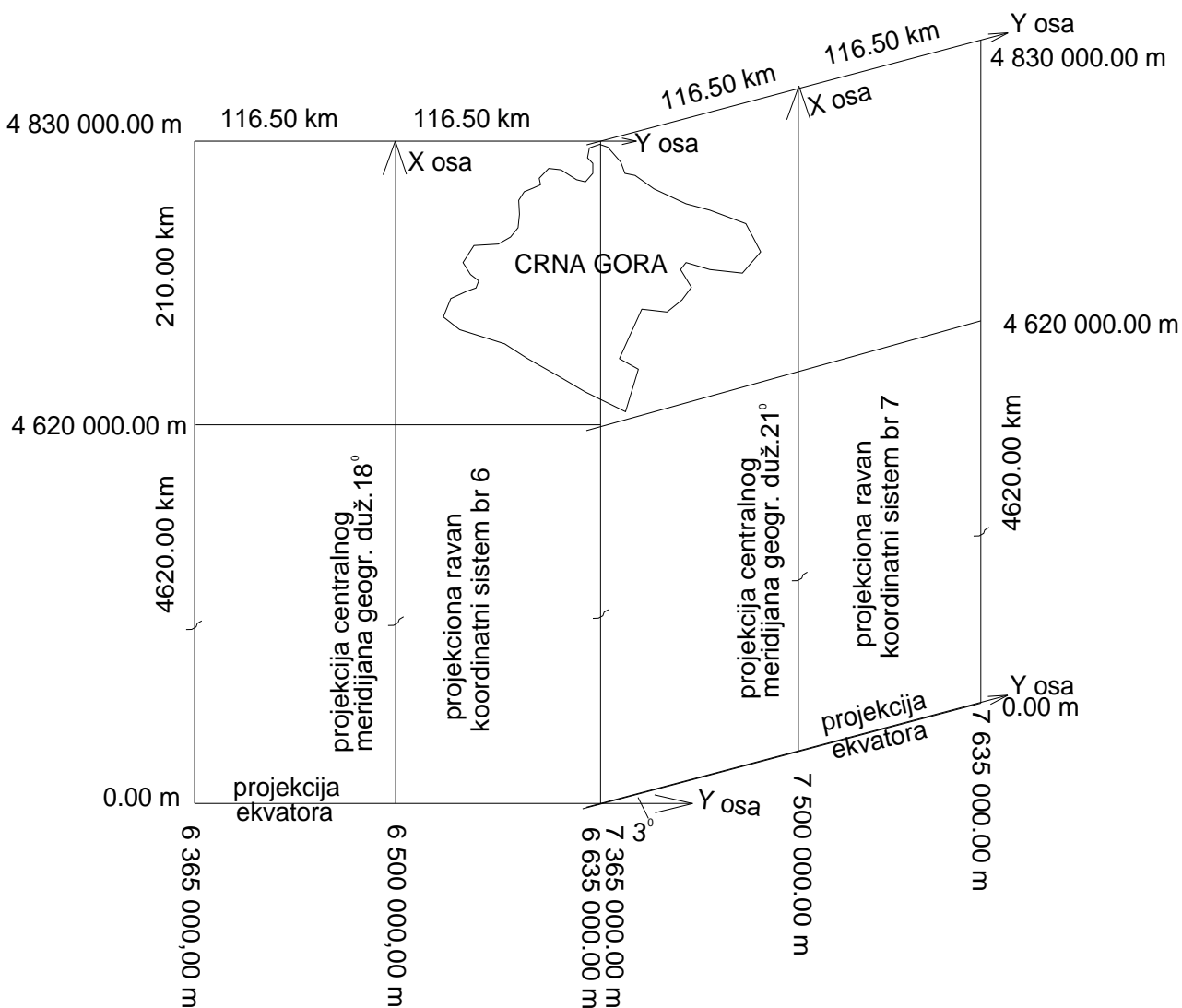
Iz ovog ograničenja slijedi i izbor centralnog meridijana tj. on će se nalaziti na svakih 3° . Ovo znači da će centralni meridijani biti $0^\circ, 3^\circ, 6^\circ, 9^\circ, 12^\circ, 15^\circ, 18^\circ, 21^\circ, 24^\circ$ i tako dalje sve do 180° istočno i zapadno od početnog meridijana - Griniča.

2.2 Državni koordinatni sistem

Projekciona ravan na koju želimo predstavljati Zemljinu površ, mora biti orijentisana u prostoru, jer u suprotnom na njoj se ne mogu projektovati novi objekti, koji moraju biti orijentisani u prostoru iz više razloga. Najbolja orijentacija projekcione ravni, postiže se pomoću orijentisanog pravouglog koordinatnog sistema, koji je pridružen toj ravni i koji se zove referentni sistem.

Zbog činjenice da se projekciona ravan bira tako da na njoj može da se predstavi teritorija ili veći dio teritorije jedne države, onda se referentni koordinatni sistem te ravni zove državni koordinatni sistem.

Imajući u vidu da se kod Gaus-Krigerove projekcije, na rasječenom omotaču cilindra, centralni meridijan i ekvator preslikavaju kao sistem od dvije upravne prave, ovaj sistem je izabran za referentni, jer je potpuno orijentisan u prostoru. Naime, centralni meridijan i ekvator su u odnosu na planetu Zemlju, položajno potpuno određeni a to znači i da je i projekciona ravan položajno potpuno orijentisana u prostoru.



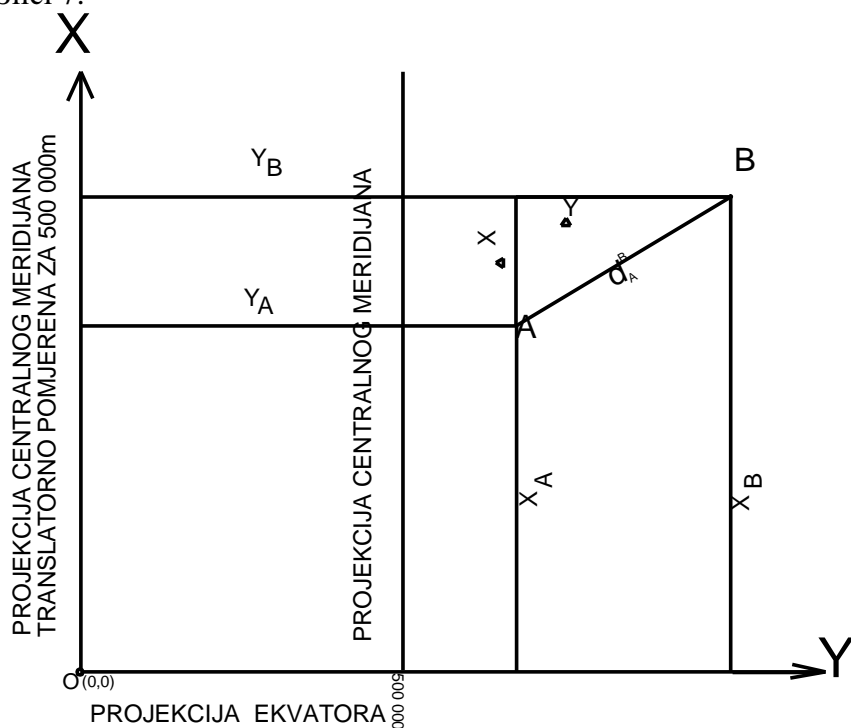
Slika 6. Projekcione ravni 6 i 7

Zemljina površ koja pripada Crnoj Gori nalazi se između meridijana na istočnoj geografskoj dužini (od Griniča) 18° i meridijana na istočnoj geografskoj dužini 21° . Tačnije, najzapadnija tačka ($18^\circ 26'$ E) je podgorina Orjena blizu sela Vrbanje a najistočnija tačka ($20^\circ 21'$ E), Sjenova planina istočno od Rožaja. Rastojanje između njih dvije po pravcu istok – zapad iznosi 166 km. Zbog toga se za njeno predstavljanje u Gaus-Krigerovoj projekciji moraju koristiti dvije projekcione ravni i to one koje imaju centralne meridijane na 18° i 21° geografske dužine. Tako se površ Crne Gore predstavlja na dvije projekcione ravni i ima dva koordinatna sistema (Slika 6).

U odnosu na ekvator, Crna Gora se prostire između $41^\circ 51'$ i $43^\circ 33'$ sjeverne geografske širine. Njena najjužnija tačka nalazi se na ušću Bojane u Jadransko more, a najsjevernija na obroncima planine Kovač, blizu Čajniča. Rastojanje između njih iznosi 193 km vazdušne linije. Površina Crne Gore iznosi 13812 km^2 .

Vrijednosti Y koordinate, tačaka Zemljine površi na teritoriji Crne Gore, imajući u vidu činjenicu da X osa siječe ravan po sredini, mogu biti pozitivne ako su desno od centralnog meridijana ili negativne ako su lijevo od centralnog meridijana. Postojanje pozitivnih i negativnih koordinata u koordinatnom sistemu, može da bude izvor različitih problema kod raznih računanja koja se izvode sa koordinatama, pa je usvojen Baumgartov način brojanja koordinata. Ovo znači da se projekcija centralnog meridijana, odnosno X osa translatorno pomjeri ulijevo za 500000 metara i na taj način izbjegnju negativne Y koordinate (ordinatama se dodaje 500000 m) (Slika 7). Na ovaj način, tačke desno od centralnog meridijana će imati Y koordinate veće od 500000 m a one koje se nalaze lijevo od centralnog meridijana, biće manje od 500000 m ali uvijek pozitivne.

Kao što je rečeno, koordinata X je rastojanje te tačke od ekvatora, mjerena paralelno sa srednjim meridijanom a Y koordinata je rastojanje te tačke od centralnog meridijana mjereno paralelno sa Y osom, odnosno sa projekcijom ekvatora, što se može vidjeti na Slici 7.



Slika 7. Centralni meridijan pomjeren za 500000 m

Osim toga, da bi se izbjegle komplikacije oko oznake centralnog meridijana koja bi morala biti u stepenima i pravougljih koordinata koje će biti izražene u metrima, dogovoreno je da prva cifra Y koordinate nosi broj koji se dobija podjelom stepeni koje pripadaju centralnom meridijanu sa 3 (širina jedne zone) i tako dobiju neimenovani brojevi, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i tako dalje sve do 60.

Kako su za predstavljanje površi Crne Gore interesani centralni meridijani sa geografskim dužinama od $\lambda=18^\circ$ i $\lambda=21^\circ$, to će kod vrijednosti Y koordinate za koordinatni sistem u kojem je centralni meridijan $\lambda=18^\circ$ prva cifra biti 6 a za vrijednosti Y koordinate za koordinatni sistem sa centralnim meridijanom $\lambda=21^\circ$ prva cifra će biti 7.

Na ovaj način se dobijaju oznake za dvije projekcione ravni ili dva koordinatna sistema (6 i 7) na kojima je predstavljena čitava površina Crne Gore. Na Slici 6 se vidi da centralni meridijan 18° koji predstavlja X osu u koordinatnom sistemu broj 6, ima Y koordinatu 6500000 m. 6 je ovdje oznaka zone (18/3) a 500000 konstanta koja se dodaje na sve Y koordinate. Na isti način se za 21° meridijan dobija vrijednost Y koordinate 7500000 m.

Primjer 1: Ukoliko se uzme tačka A sa koordinatama $Y_A=6630521,42$ m i $X_A=4655247,89$ m, na osnovu njih se može zaključiti da se ona nalazi 130521,42 m istočno (desno) od 18. meridijana istočne zapadne geografske dužine i 4655267,89 m sjeverno od ekvatora. Do vrijednosti 130521,42 m se došlo tako što se sa vrijednosti Y koordinate ukloni cifra 6 (oznaka projekcione ravni) i oduzme konstanta od 500000 m koja je dodata svim Y koordinatama. Da je tačka istočno zna se jer je preostala vrijednost pozitivna tj. samim tim se nalazi desno od dodirnog meridijana 18. Na osnovu postavke koordinatnog sistema zna se da sama cifra X koordinate predstavlja tačnu udaljenost te tačke od ekvatora (nema dodavanja konstanti i prvih cifara).

Primjer 2: Za tačku B, čije su koordinate $Y_B=7372148,24$ m i $X_B=4701555,11$ m može se reći da se nalazi 127851,76 m zapadno (lijevo) od 21. meridijana istočne geografske dužine ($372148,24$ m – 500000 m = $-127851,76$ m) i 4701555,11 m sjeverno od ekvatora.

Imajući u vidu činjenicu da će sve Y koordinate u istom koordinatnom sistemu imati isti prvi broj, onda on ne može uticati na bilo kakva izračunavanja dužina i uglova koji se izvode između bilo koje dvije tačke toga sistema. Granica između 6. i 7. projekcione ravni nije prava linija već ona ide granicama katastarskih opština da bi se izbjegle nelogičnosti kod dimenzija katastarskih parcela. Za potrebe različitih projekta u kojima koordinate treba da budu u istom koordinatnom sistemu, lako je izvršiti njihovu transformaciju iz jednog u drugi sistem. Na primjer, dionica autoputa Smokovac Mateševo koja se trenutno gradi je većim dijelom u 6. projekcionoj ravni a manjim dijelom u 7. tako da su sve koordinate transformisane u 6. zonu.

Kao što se može vidjeti na Slici 6, projekcione ravni 6 i 7 imaju velike dimenzije, koje je nemoguće prikazati u razmjerama koje se koriste u projektovanju građevinskih objekata.

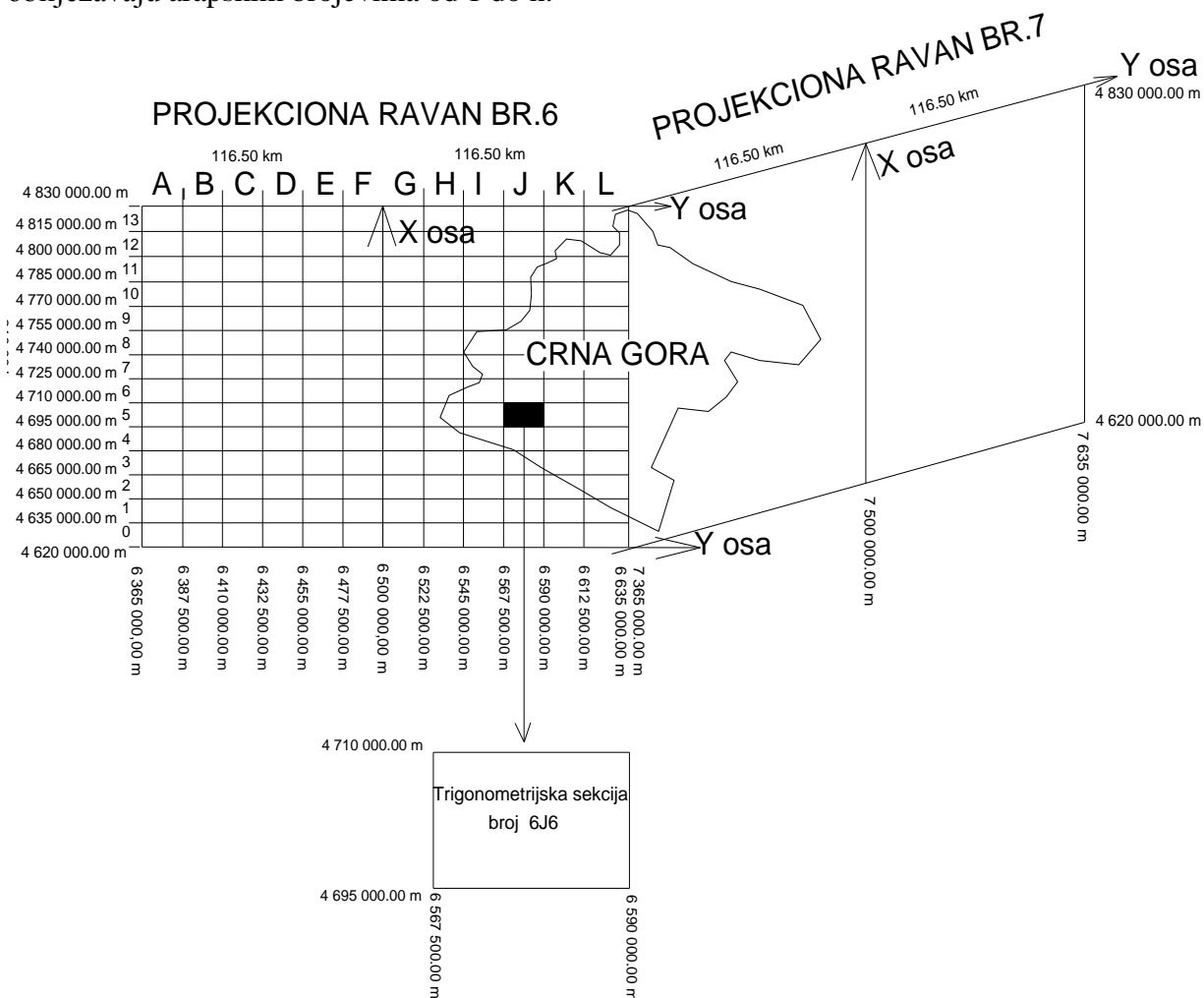
Sa druge strane, teritoriju države Crne Gore nije moguće prikazivati na manjim projekcionim ravnima iz više razloga. Prije svega lokacija bilo kojeg građevinskog objekta mora biti registrovana na jedinstvenoj projekciji zbog razvoja u prostoru i obaveza koje vlasnik objekta prema državi. Isto tako, zaštita interesa vlasnika objekata i zemljišta ne bi mogla biti adekvatna ako položaj tih nepokretnosti nije evidentiran na

zajedničkoj podlozi koju verifikuje država. Ima još mnogo drugih razloga, zbog kojih je neophodna zajednička projekciona ravan za teritoriju čitave države.

Zbog toga bi projekcionu ravan trebalo podijeliti tako da se dio Zemljine površi može nacrtati na papiru dimenzija koje se mogu koristiti u onim razmjerama koje se koriste kod projektovanja građevinskih objekata, a to su dimenzije papira koji može nesmetano stati na površinu kancelarijskog stola, prosječne dimenzije 1 m². Međutim, tu podjelu nije moguće izvesti odjedared, već postepeno dijeleći je na sve manje djelove o čemu će detaljno biti govora u sljedećem poglavlju.

2.3 Podjela projekcione ravni na listove R 1:5000, R 1:2500, R 1:1000 i R 1:500

U prvoj podjeli, projekciona ravan dijeli se na trigonometrijske sekcije na način, kao što je pokazano na Slici 8. Koordinatni sistem se dijeli na 12 kolona trigonometrijskih sekcija koje se obilježavaju sa velikim slovima abecede od A do L i na onoliko vrsta koliko je potrebno da se predstavi teritorija čitave države, koje se obilježavaju arapskim brojevima od 1 do n.



Slika 8. Podjela projekcione ravni na trigonometrijske sekcije

Kao što se na Slici 8 vidi, trigonometrijska sekcija u prostoru, (koji mi u geodeziji zovemo teren), ima dimenzije 22500 m po Y osi (kolone) i 15000 m po X osi (vrste). Trigonometrijske sekcije se numerišu tako što se prvo upiše broj koordinatnog sistema (projekcione ravni) kojem pripada, zatim oznaka kolone i broj vrste. U ovom slučaju sa Slike 8 oznaka izdvojene trigonometrijske sekcije je 6J6.

U prvom predavanju je rečeno da se topografske podloge rade u jednoj od razmjera 1:500, 1:1000, 1:2500 ili 1:5000. Interesantno je sračunati koje dimenzije bi imao papir na kome bi se preslikala trigonometrijska sekcija na podlozi u najsitnijoj od ove tri razmjere, dakle u razmjeri 1:5000.

U ovoj razmjeri će duža strana trigonometrijske sekcije koja iznosi 22500 m imati dimenziju $22500 \text{ m} : 5000 = 4.5 \text{ m}$ a kraća stranica $15000 \text{ m} : 5000 = 3 \text{ m}$. Odmah je jasno da trigonometrijsku sekciju, ni u najsitnijoj razmjeri u kojoj se rade geodetske podloge ne možemo preslikati na jedan papir koji bi se mogao nesmetano koristiti, jer bi taj papir imao dimenzije koje ne bi mogle stati ni na jedan kancelarijski sto. Zbog toga je bilo neophodno trigonometrijsku sekciju podijeliti na djelove ali tako da ti djelovi pojedinačno budu preslikani na papir koji se može postaviti na kancelarijski sto i na njemu neometano crtati novi sadržaji.

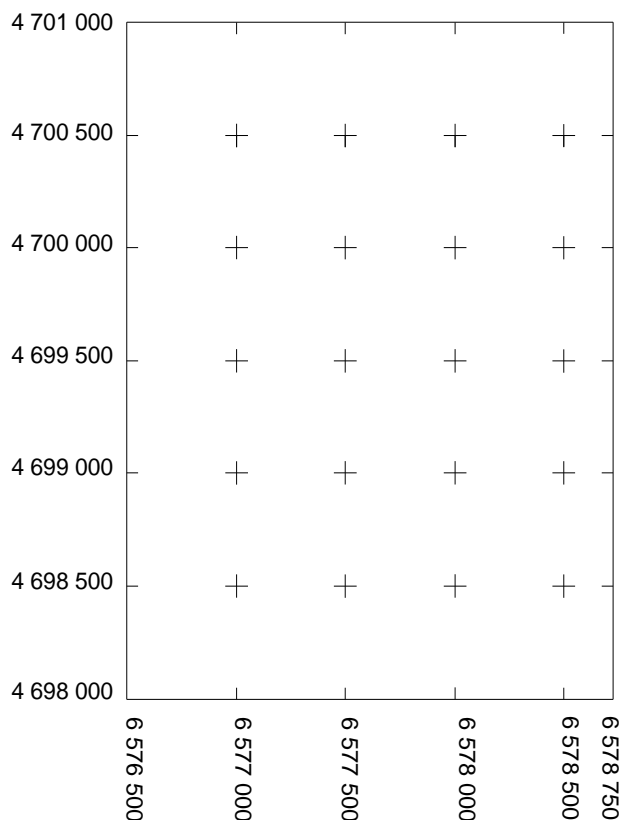
Tako se došlo na ideju da se trigonometrijska sekcija podijeli na 50 djelova, koje geodeti zovu listovi detalja, na kojima bi se mogla preslikati u razmjeri 1:5000. Ovo je izvedeno na način tako što se trigonometrijska sekcija podijeli na 10 kolona po Y osi i 5 vrsta po X osi kako je prikazano na Slici 9.

4 710 000.00 m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
4 707 000.00 m	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
4 704 000.00 m	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
4 701 000.00 m	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
4 698 000.00 m	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	
4 695 000.00 m	6 567 500.00 m	6 569 750.00 m	6 572 000.00 m	6 574 250.00 m	6 576 500.00 m	6 578 750.00 m	6 581 000.00 m	6 583 250.00 m	6 585 500.00 m	6 587 750.00 m	6 590 000.00 m

Slika 9. Podjela trigonometrijske sekcije na listove razmjere 1:5000

Na ovaj način je dobijeno 50 djelova projekcione ravni koju pokriva trigonometrijska sekcija 6J6 a koji se numerišu na način prikazan na Slici 9. Svaki od ovih listova predstavlja jedan plan razmjere 1:5000. Oni u prirodi imaju dimenzije 2250 m po Y osi (22500 m : 10) i 3000 m po X osi (15000 m : 5). Ove dimenzije prenešene na papir razmjere 1:5000 će biti $2250 \text{ m} : 5000 = 0.45 \text{ m}$ po Y osi i $3000 \text{ m} : 5000 = 0.60 \text{ m}$ po X osi. Koordinate ivica ovih planova su nanešene sa strane trigonometrijske sekcije.

Konačno, dobijeni su djelovi projekcione ravni u razmjeri (u daljem tekstu umjesto riječi “razmjera” koristiće se samo simbol R koji zamjenjuje tu riječ) 1:5000 koji ima dimenzije 45x60 cm i može se bez problema postaviti na sto za crtanje. Pored toga, njegova lokacija je potpuno određena u prostoru koordinatama uglova lista a broj koji je dobio u podjeli određuje mu mjesto u trigonometrijskoj sekciji, odnosno i u projekcionoj ravni. Tako će list broj 35 u trigonometrijskoj sekciji 6J6, koja je uzeta za primjer i podijeljena, imati oznaku, (u daljem tekstu riječ “oznaka” zamjenjuje se riječju “nomenklatura”), dakle imaće nomenklaturu 6J6-35, što se može vidjeti na Slici 10.

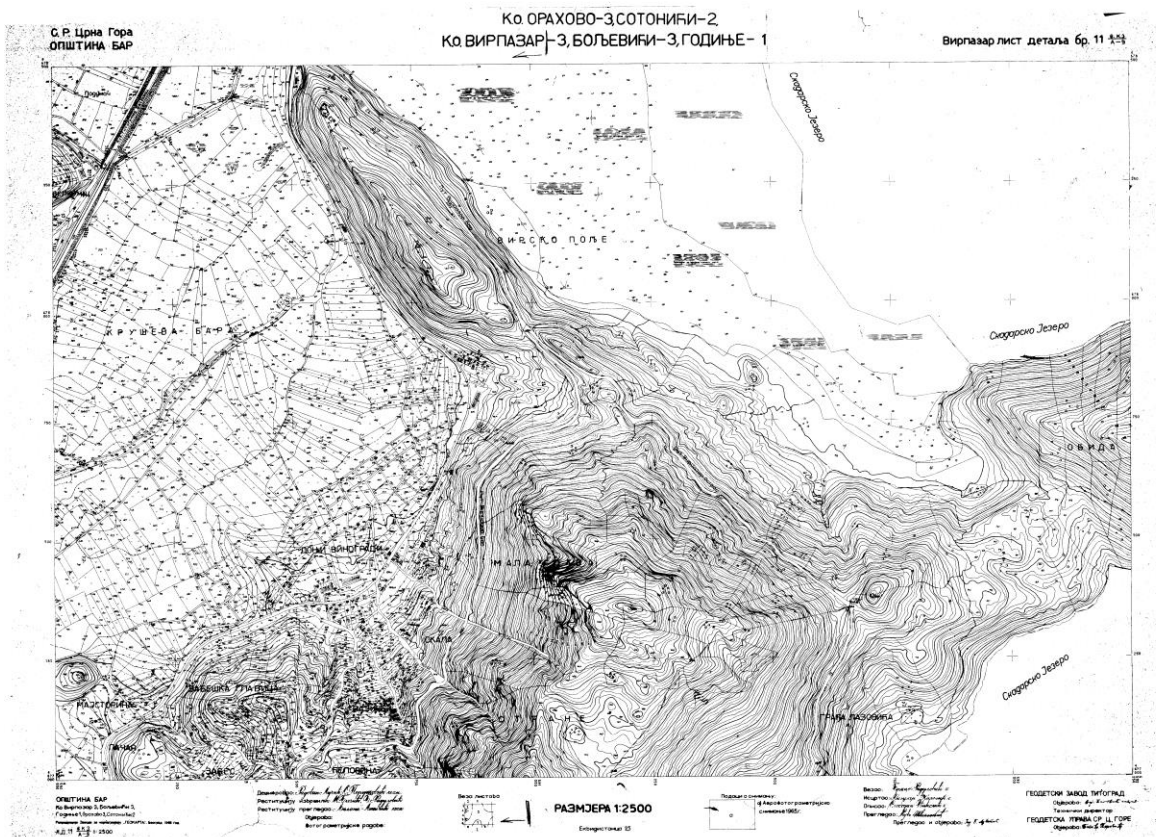


Slika 10. List razmjere 1:5000 sa decimetarskom mrežom

Na Slici 10 zapažamo da je na listu iscrtana mreža krstića, koja se zove decimetarska mreža i služi za lakše lociranje tačke sa zadatim koordinatama u jednom slučaju ili očitavanje koordinata tačke u drugom slučaju. Oni se nazivaju decimetarski krstići jer se na listovima svih razmjera nalaze tačno na rastojanju 1 dm. Dakle, na listu R 1:5000 rastojanje između susjednih krstića decimetarske mreže će u prirodi iznositi 500 m ($1 \text{ dm} * 5000 = 5000 \text{ dm} = 500 \text{ m}$). Primjeri nanošenja i očitavanja koordinata tačaka pomoću decimetarskih krstića biće dati u sledećem poglavlju.

Koordinate decimetarskih krstića su uvijek ispisane ispod i sa strane plana (na marginama) i radi njihovog lakšeg očitavanja tekst je upravan na odgovarajuću osu. Osim koordinata na listovima planova sa strane su upisani i podaci o nomenklaturi odgovarajućeg lista, razmjeri, ekvidistanci (vertikalno rastojanje između susjednih izohipsi), datumu izrade lista, institucije koja je izradila i koja je ovjerila list itd. Zato se za dimenzije planova tačnije kaže “dimenzije korisnog prostora” plana jer osim njih ima još po par centimetara margina u koje su upisani gorenavedeni podaci. Tako se pravilno kaže: dimenzije korisnog prostora plana R:5000 su 0.45 m po Y osi i 0.60 m po X osi. Jedan takav skenirani analogni plan je prikazan na Slici 11.

Inače, planovi mogu biti katastarski, topografski i katastarsko – topografski. Osnovna razlika među njima je što na katastarskim planovima nije prikazana vertikalna predstava terena (izohipse) već samo prikaz prostora u dvije dimenzije X i Y. Na njima su nanešene granice parcela, brojevi parcela, infrastruktura, objekti itd. dok se na topografskim planovima (Slika 11) pored ovih podataka se nalaze i podaci o reljefu tj. visinski prikaz predstavljenog terena. Na katastarsko topografskim planovima se nalaze preklapljeni katastarski podaci sa vertikalnom predstavom terena.



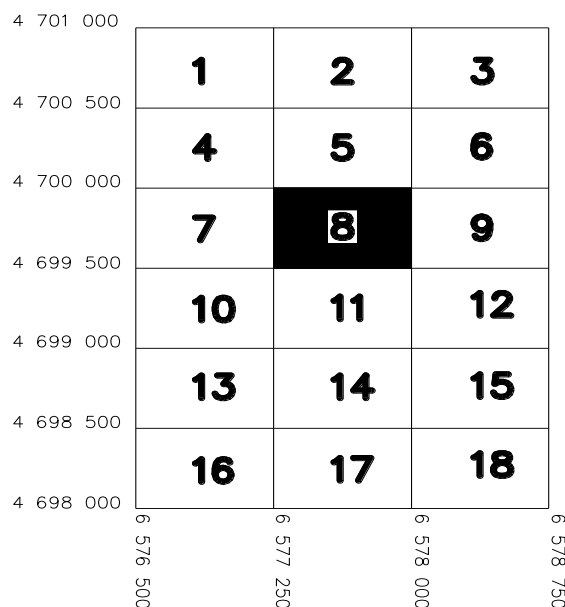
Slika 11. Skenirani plan R 1:2500

R 1:5000 je najsitnija od razmjera u kojima se rade geodetske podloge i ona se koristi za globalno razmatranje projekta, odnosno za izradu generalnih rješenja projekta. Ona je vrlo neprecizna i za nanošenje i za očitavanje koordinata. Sama činjenica da 1 mm u ovoj razmjeri odgovara dužini od 5 m u prirodi, dovoljno govori o nemogućnosti postizanja veće tačnosti.

Zbog toga se projekciona ravan, odnosno njen dio u R 1:5000 dijeli na krupnije razmjere i to prvo na listove R 1:1000. Razmjera 1:2500 je preskočena jer se do nje dolazi direktnom podjelom trigonometrijske sekcije i dobijanje njene nomenklature će biti objašnjeno na kraju ovog poglavlja.

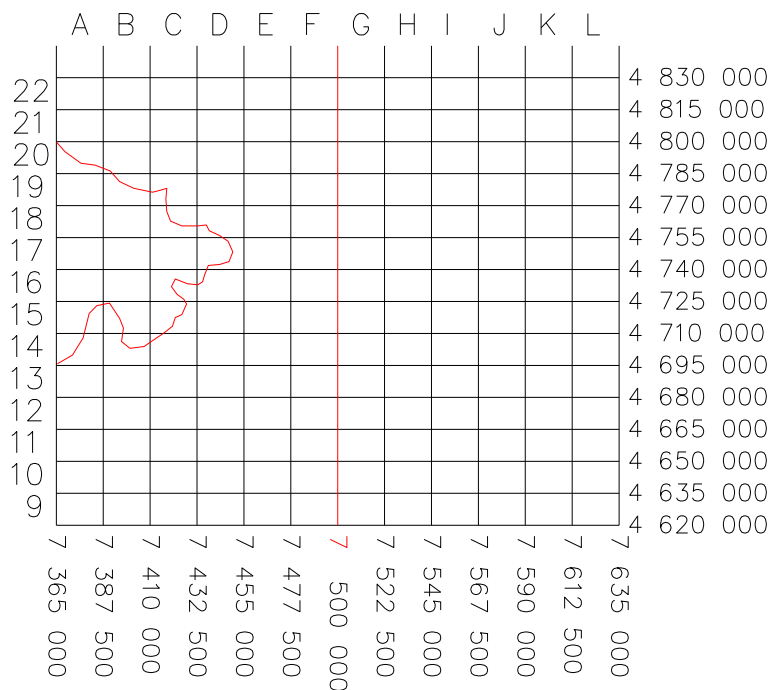
Da se podsjetimo, list R 1:5000 ima u prirodi dimenzije 2250 m x 3000 m što bi u R 1:1000 bilo $2250 \text{ m} : 1000 = 2.25 \text{ m}$ i $3000 \text{ m} : 1000 = 3.00 \text{ m}$. Očigledno je da takve dimenzije papira nijesu podesne za rad na kancelarijskom stolu, pa je u cilju dobijanja dimenzija koje je moguće koristiti, list R 1:5000 podijeljen na 3 kolone i 6 vrsta. Svaki od ovih 18 pravougaonika predstavlja list R 1:1000, i imaju nomenklaturu od 1 do 18 kako se sa Slike 12 može vidjeti.

Dimenzije ovako dobijenog lista u prirodi su 750 m ($2250 \text{ m} : 3$) po Y osi i 500 m ($3000 \text{ m} : 6$) po X osi. Kada se ove dimenzije preračunaju u R 1:1000, dobijaju se korisne dimenzije plana R 1:1000 - 75 cm po Y osi i 50 cm po X osi. Koordinate ivica ovih planova su nanešene sa strane lista R 1:5000. Papir sa takvim dimenzijama moguće je postaviti na kancelarijski sto i na njemu crtati nove objekte i mjeriti rastojanja između već ucrtanih objekata sa dosta velikom tačnošću. Pri tome treba imati u vidu činjenicu da 1 mm na papiru predstavlja 1 m u prirodi. Osim toga, pri pažljivom radu sa razmjernikom, može se dosta tačno procijeniti i 0.2 mm što znači da se tačnost mjerenja i ucrtavanja objekata na listu R 1:1000 može cijeliti na 20 cm u prirodi odnosno na terenu, što je za mnoge radove kod projektovanja jednog broja građevinskih objekata zadovoljavajuća tačnost.



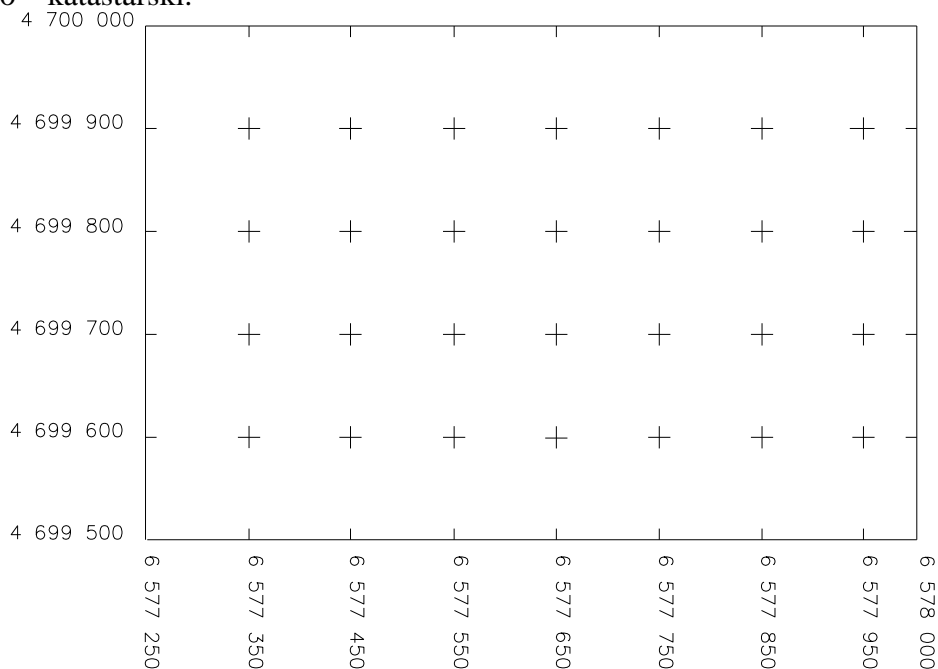
Slika 12. Podjela lista R 1:5000 na listove R 1:1000

Nomenklatura lista broj 8, koji je na slici osjenčen, će biti 6J6-35-8 i ona znači da ovaj list pripada projekcionoj ravni br 6, da se kod podjele ravni na trigonometrijske sekcije nalazi u koloni J i redu 6, da u podjeli trigonometrijske sekcije na listove R 1:5000 pripada listu 35 i da u podjeli toga lista na listove R 1:1000 ima broj 8. Na ovaj način, mjesto ovoga lista, i ne samo njegovo već isvih drugih listova R 1:1000, nedvosmisleno je određeno u projekcionoj ravni broj 6. Ovako se dijeli i projekciona ravan broj 7 (Slika 13) pa ovdje neće biti predmet daljeg objašnjenja.



Slika 13. Podjela projekcione ravni broj 7 na trigonometrijske sekcije

Na Slici 14 je prikazan list R 1:1000 sa nomenklaturom 6J6-35-8 koji ima u opisu sve potrebne podatke o njemu. U polju lista je ucrtana decimetarska mreža a na lijevoj margini X koordinate decimetarske mreže a na donjoj margini Y koordinate decimetarske mreže. Kao što je rečeno, krstići decimetarske mreže se nalaze na rastojanju od 1 dm što u prirodi predstavlja 100 m ($1000 * 1 \text{ dm} = 1000 \text{ dm} = 100 \text{ m}$). Naravno, i listovi u ovoj razmjeri, u zavisnosti od sadržaja koji prikazuju, mogu biti katastarski, topografski ili topografsko – katastarski.



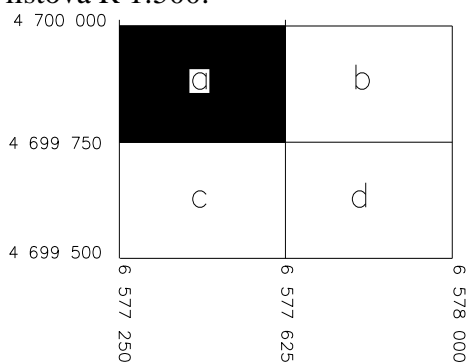
Slika 14. Decimetarska mreža na listu R 1:1000

Ponekad, naročito kod izrade projekata objekata kao što su mostovi, brane i druge građevine u koje se ulažu velike investicije, kao i za projektovanje urbanističkih planova, koje kasnije izvode građevinski inženjeri, potrebno je teren predstaviti i na podlogama R 1:500.

Položaj podloge R 1:500 u projekcionoj ravni, dobija se dijeljenjem lista R 1:1000 na četiri dijela, kako se može vidjeti na Slici 14. List R 1:1000 dijeli se na 4 jednaka dijela (dvije kolone i dvije vrste), koji dobijaju nomenklaturu četiri mala slova latinice a, b, c i d na način kako je to prikazano. Svaki list ima tačno definisano mjesto u projekcionoj ravni, jer je određen koordinatama uglova lista. Pored toga on će imati tačno definisanu nomenklaturu, tako da će list koji je šrafiran imati nomenklaturu 6J6-35-8a.

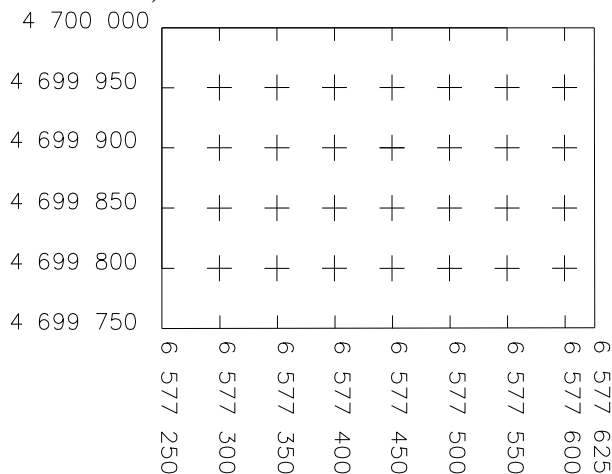
Dimenzije lista u prostoru su 375 m ($750 \text{ m} : 2$) po Y osi i 250 m ($500 \text{ m} : 2$) po X osi. Ova rastojanja u R 1:500 iznose 75 cm ($375 \text{ m} : 500 = 0.75 \text{ m}$) po Y osi i 50 cm ($250 \text{ m} : 500 = 0.5 \text{ m}$) po X osi. Ovo potpuno odgovara zahtjevu da može stati na kancelarijski sto i na njemu nesmetano ucrtavati nove detalje ili djelove projekta.

Na Slici 15 prikazana je podjela lista R 1:1000 na 4 lista R 1:500 sa pripadajućim koordinatama uglova svih listova R 1:500.



Slika 15. Podjela lista R 1:1000 na listove R 1:500

Korisna površina lista R 1:500, na isti način kao i u slučaju R 1:5000 i 1:1000, dijeli se na decimetarsku mrežu, koja služi za lakše unošenje koordinata ili za očitavanje koordinata tačaka objekta koji je već ucrtan na podlogu, a potrebne su zbog nekih potreba projektanta za izradu projekta. Rastojanje između decimetarskih krstića na terenu iznosi 50 m ($1 \text{ dm} * 500 = 500 \text{ dm} = 50 \text{ m}$) – Slika 16.



Slika 16. Decimetarska mreža na listu R 1:500

Do nomenklature planova R 1:2500 dolazi se na način što se trigonometrijska sekcija podijeli na 100 djelova (listovi detalja). Ovo se izvodi tako što se trigonometrijska sekcija podijeli na 10 kolona po Y osi i 10 vrsta po X osi kako je prikazano na Slici 16.

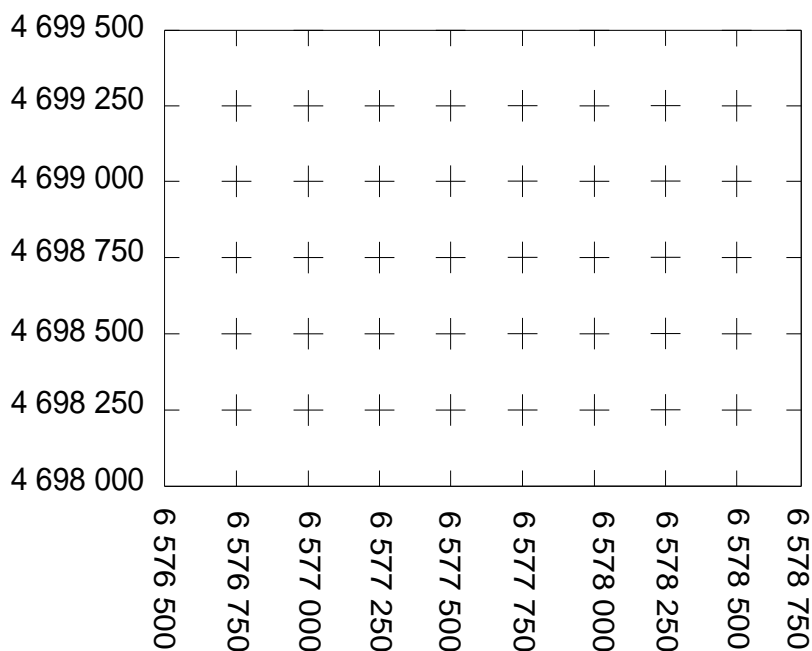
Na ovaj način je dobijeno 100 djelova projekcione ravni koju pokriva trigonometrijska sekcija 6J6 koji se numerišu na način prikazan na Slici 16. Svaki od ovih listova predstavlja jedan list R 1:2500. Oni u prirodi imaju dimenziju 2250 m po Y osi (22500 m : 10) i 1500 m po X osi (15000 m : 10). Ove dimenzije prenešene na papir razmjere 1:2500 će biti 2250 m : 2500 = 0.90 m po Y osi i 1500 m : 2500 = 0.60 m po X osi. Koordinate ivica ovih planova su nanešene sa strane trigonometrijske sekcije.

Tako su dobijeni djelovi projekcione ravni R 1:2500 koji ima dimenzije korisnog prostora 90 cm x 60 cm i može se bez problema postaviti na sto za crtanje. Pored toga, njegova lokacija je potpuno određena u prostoru koordinatama uglova lista a broj koji je dobio u podjeli određuje mu mjesto u trigonometrijskoj sekciji, odnosno i u projekcionoj ravni. Tako će list broj 75 u trigonometrijskoj sekciji 6J6 koja je uzeta za primjer i podijeljena, imati nomenklaturu 6J6-75 što se može vidjeti na Slici 17.

4 710 000	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
4 708 500	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
4 707 000	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
4 705 500	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
4 704 000	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	
4 702 500	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	
4 701 000	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	
4 699 500	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	
4 698 000	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	
4 696 500	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	
4 695 000	6 597 500	6 599 750	6 602 000	6 604 250	6 606 500	6 608 750	6 611 000	6 613 250	6 615 500	6 617 750	6 620 000

Slika 17. Podjela trigonometrijske sekcije na listove razmjere R 1:2500

Na Slici 18 je prikazan list R 1:2500 sa nomenklaturom 6J6-75 koji ima u opisu sve potrebne podatke o njemu. U polju lista je ucrtana decimetarska mreža a na lijevoj margini X koordinate decimetarske mreže a na donjoj margini Y koordinate decimetarske mreže. Krstići decimetarske mreže se nalaze na rastojanju od 1 dm što u prirodi predstavlja 250 m (2500 * 1 dm = 2500 dm = 250 m).



Slika 18. Decimetarska mreža na listu R 1:2500

Na ovaj način možemo na osnovu približnog položaja neke tačke naći nomenklaturu plana u R 1:5000, 1:2500, 1:1000 i 1:500 na kojoj se ona nalazi. Potrebno je znati da se svi ovi planovi nalaze u arhivu Uprave za nekretnine Crne Gore i da se tamo mogu naći upravo po ovoj nomenklaturi. Planovima R 1:5000 pokrivena je čitava teritorija Crne Gore, dok su planovima u krupnijim razmjerama pokriveni njeni urbani dijelovi i primorski pojas. Planovi R 1:500 postoje samo za veća gradska jezgra. Prilikom korišćenja podataka sa ovih planova treba imati u vidu njihovu (ne) ažurnost. Naime na njima je prikazana situacija kakva je bila u trenutku njihovog nastanka (druga polovina predhodnog vijeka) nekom od geodetskih metoda o kojima će biti govora u narednim predavanjima. Dakle, da bi oni bili ažurni potrebno ih je dopuniti sa novoizgrađenim objektima, saobraćajnicama, infrastrukturom itd.

Za potrebe glavnih projekata građevinskih objekata nekada se traži još detaljnije prikazan teren, tj još krupnija razmjera, npr. R 1:250 ili R 1:100. Planovi u ovim razmjerama ne postoje u arhivi Uprave za nekretnine i nemaju unaprijed definisanu nomenklaturu. Za njihovo dobijanje potrebno je angažovanje licenciranih geodetskih organizacija koje bi ih izradile.

2.4 Nanošenje i očitavanje koordinata tačaka sa listova planova pomoću decimetarske mreže

Na Slici 19 dat je jedan lista plana R 1:5000 na kome će biti objašnjen princip nanošenja tačke sa poznatim koordinatama.

Primjer: Date su koordinate tačke A - $Y_A = 6577740$ m i $X_A = 4699765$ m. U slučaju da na listu nije nanešena decimetarska mreža, morali bi od lijevog donjeg ugla odmjeriti u razmjeri razliku između Y koordinate tačke A i Y lijevog donjeg ugla lista

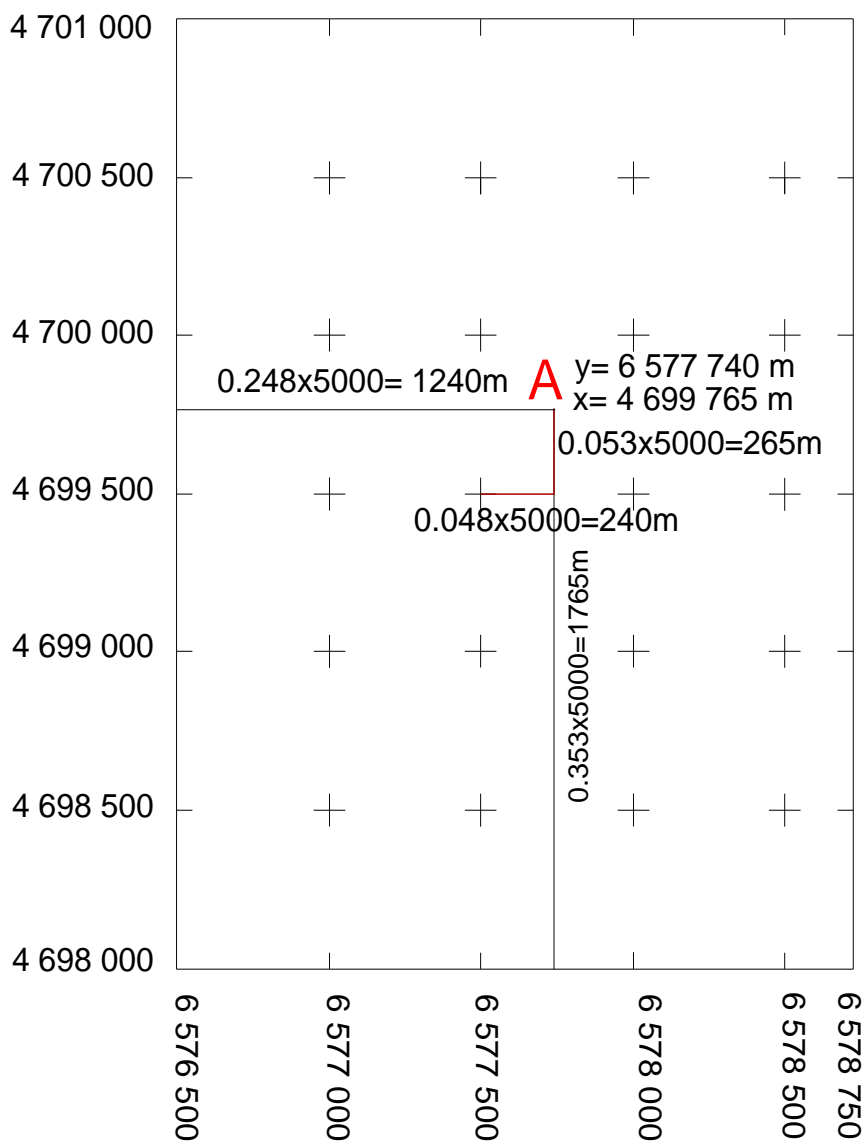
odnosno $6577740 \text{ m} - 6576500 \text{ m} = 1240 \text{ m}$. Ovo rastojanje u R 1:5000 iznosi $1240 \text{ m} : 5000 = 0.248 \text{ m}$ ili 24.8 cm . Zatim iznad kraja ove duži treba dići upravnu i po X osi nanijeti razliku X koordinate tačke A i X koordinate lijevog ugla lista odnosno:

$4699765 \text{ m} - 4698000 \text{ m} = 1765 \text{ m}$ što u R 1:5000 iznosi $1765 \text{ m} : 5000 = 0.353 \text{ m}$ ili 35.3 cm .

Tako se dobija položaj tačke A na listu R 1:5000.

Kad na listu postoji decimetarska mreža, postupak je i jednostavniji i tačniji iz dva razloga.

Prvo, kod ovog postupka se neće koristiti donji lijevi ugao lista, već umjesto njega donji lijevi ugao kvadrata u kome bi trebalo da se nalazi tačka A. Taj kvadrat se može identifikovati upoređenjem koordinata tačke A i koordinatama lijevog i desnog ugla kvadrata po Y osi i donjeg i gornjeg kvadrata po X osi. Konkretno u ovom slučaju to se vidi po sljedećem upoređenju po Y osi: $6577500 \text{ m} < 6577740 \text{ m} < 6578000 \text{ m}$ i upoređenju po X osi: $4699500 \text{ m} < 4699765 \text{ m} < 4700000 \text{ m}$.



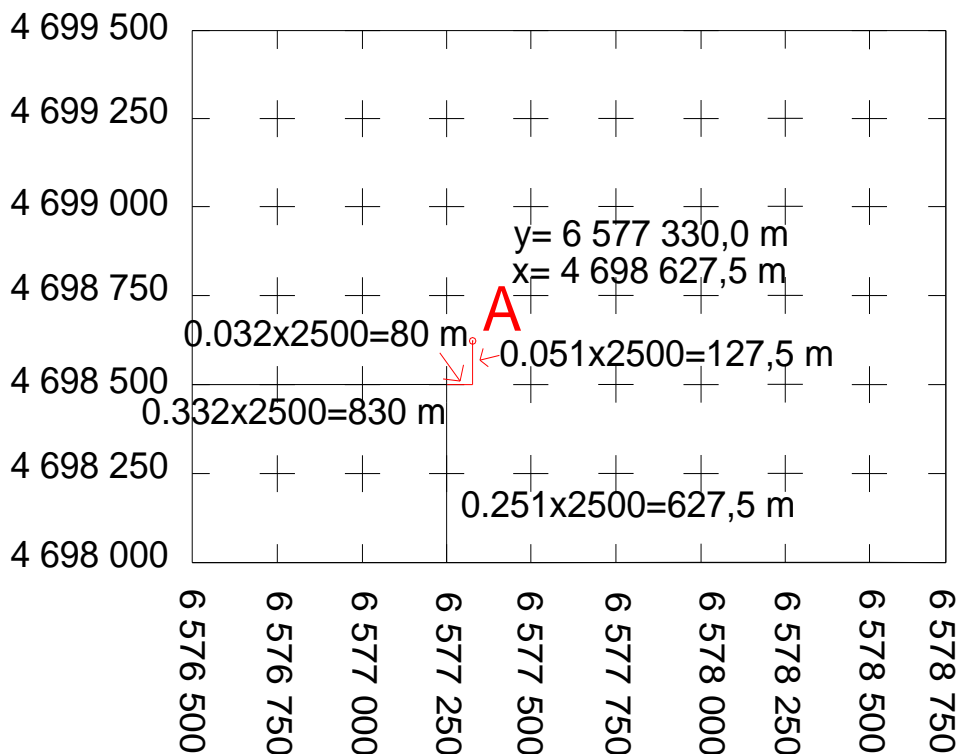
Slika 19. Nanošenje tačke na plan pomoću decimetarskih krstića

Razlika po Y osi iznosi: $6577740 \text{ m} - 6577500 \text{ m} = 240 \text{ m}$. U R 1:5000 ovo rastojanje iznosi: $240 \text{ m} : 5000 = 0.048 \text{ m}$ ili 4.8 cm. Ovu vrijednost treba odmjeriti od lijevog donjeg krstića kvadrata i na tom mjestu dići upravnu i nanijeti razliku po X osi koja iznosi: $4699765 \text{ m} - 4699500 \text{ m} = 265 \text{ m}$. Preračunato u R 1:5000 to iznosi $265 \text{ m} : 5000 = 0.053 \text{ m}$ ili 5.3 cm.

Očigledno je da je mnogo lakše i tačnije izmjeriti dužine od 4.8 cm i 5.3 cm kada se koristi decimetarska mreža, nego 24.8 cm i 35.3 cm koliko je to bilo kad nije korišćena decimetarska mreža. Isto tako, mnogo je lakše i tačnije podići upravnu za 5.3 cm nego za 35.3 cm.

Isti je slučaj i kod očitavanja nepoznatih koordinata tačke koja je ucrtana na listu, jer je mnogo lakše i tačnije izmjeriti rastojanja od te tačke do ivica kvadrata nego do ivica lista. Postupak je u ovom slučaju samo u obrnutom smjeru. Naime, prvo se izmjere rastojanja po X i Y osi od najbližeg donjeg lijevog decimetarskog krstića koja se pomnože sa odgovarajućim imeniocem razmjere. Ovako dobijamo dimenzije u prirodi koje se dodaju koordinatama decimetarskog krstića pa tako dobijamo koordinate tražene tačke u državnom koordinatnom sistemu.

Na Slici 20 nalazi se primjer očitavanja koordinata tačke sa plana R 1:2500. Kao što se vidi, izmjereno je rastojanje od najbližeg decimetarskog krstića. Ono po Y osi iznosi 32 mm, tj. 0.032 m. Kada ovo rastojanje preračunamo u R 1:2500 dobija se $0.032 \text{ m} * 2500 = 80 \text{ m}$ i dodavši ovu vrijednost na Y koordinatu odgovarajućeg krstića dobija se $6577250 \text{ m} + 80 \text{ m} = 6577330 \text{ m}$. Rastojanje od decimetarskog krstića po pravcu X ose iznosi 51 mm što preračunato u R 1:2500 iznosi $0.051 \text{ m} * 2500 = 127.5 \text{ m}$. Kada se ova vrijednost doda na 4698500 m koliko iznosi X koordinata odgovarajućeg krstića dobija se X koordinata tačke A – 4698627.5 m.



Slika 20. Očitavanje koordinata tačke sa plana pomoću decimetarskih krstića

Ovaj način očitavanja pomoću decimetarske mreže je mnogo lakši i precizniji nego ukoliko bi se to činilo u odnosu na ugao lista. U tom slučaju bi se mjerilo rastojanje po Y osi 0.332 m što u R 1:2500 iznosi 830 m ($0.332 \text{ m} * 2500$) a po X osi 0.251 m što u R 1:2500 iznosi 627.5 m ($0.251 \text{ m} * 2500$). Tada bi se ove vrijednosti dodavale na koordinate ugla lista i tako dobijale koordinate željenih tačaka.

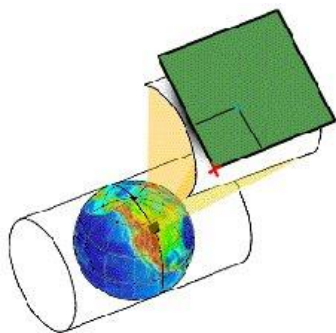
Na ovaj način se mogu očitati ili nanijeti bilo koja koordinata sa plana. Potrebno je napomenuti da se danas sve manje koriste analogni planovi a sve više digitalni pa je ovaj postupak u mnogome pojednostavljen. Decimetarski krstići takođe služe prilikom digitalizovanja analognih planova. Naime, nakon njihovog skeniranja oni se pomoću zadatih koordinata decimetarskih krstića “navlače” na njihovu tačnu poziciju u odgovarajućem programu pa se tako i sadržaj plana dovodi na odgovarajući položaj u državnom koordinatnom sistemu. Ovaj postupak se zove georeferenciranje analognih planova.

2.5 UTM projekcija

Članom 24. Zakona o državnom premjeru i katastru nepokretnosti Crne Gore definisano je da se položaji tačaka i objekata u horizontalnom referentnom sistemu izražavaju dvodimenzionalnim, pravouglim, pravolinijskim koordinatama u ravni konformne Univerzalne transversalne Merkatorove (Universale Transverzale Mercator-UTM) projekcije elipsoida GRS 80.

Svjetska poprečna Merkatorova projekcija ili Univerzalna poprečna Merkatorova projekcija (UTM projekcija) je u stvari izraz anglosaksonskog porijekla za modifikovanu Gaus-Krigerovu projekciju. I pored toga što se u literaturi, naročito kod nas, vrlo često govori o UTM projekciji, u širem smislu riječ je zapravo o referentnom koordinatnom sistemu.

Ova projekcija u odnosu na Gaus-Krigerovu projekciju ima veću zonu preslikavanja (šestostepenu) i nešto veće deformacije u njoj (Slika 21). Međutim, prednost date projekcije odnosi se na jednoznačno određivanje koordinata tačaka na bilo kom dijelu površi Zemlje (izuzimajući polarne oblasti za čija se predstavljanja koristi polarna stereografska projekcija). Takođe, koordinatna mreža u pomenutoj projekciji naziva se UTM mreža, ili UTM mrežni sistem obilježavanja površi i položaja tačaka, gdje je metar osnovna jedinica mjerenja. Pravougli koordinatni sistemi UTM pokrivaju Zemljinu površ između 80° južne i 84° sjeverne geografske širine. Svaka meridijanska zona ima svoj samostalni sistem pravougljih koordinata u ravni sa početkom u presjeku ekvatora sa srednjim meridijanom te zone. Koordinate rastu u smjeru istoka i sjevera.

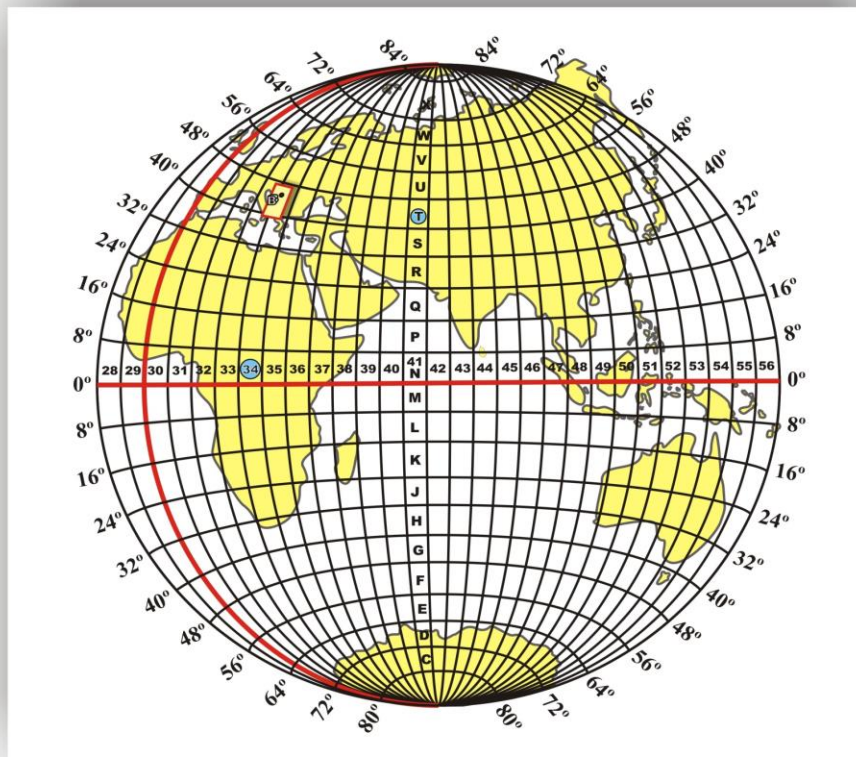


Slika 21. Preslikavanje kod UTM projekcije

Osnovne karakteristike UTM koordinatnog sistema su:

- Šestostepenske dužinske zone (ukupno 60 zona, početak prve zone je "datumska granica", tj. srednji meridijan prve zone ima longitudu 177° zapadne geografske dužine);
- Susjedne zone se preklapaju u pojasu od 40 000 m;
- Metar kao mjerna jedinica;
- Uslovna vrijednost apscise (ekvatora) za sjevernu hemisferu je 0 m, a za južnu hemisferu 10 000 000 m, tako da sve apscise imaju pozitivnu vrijednost;
- Uslovna vrijednost ordinata (srednji meridijan zone) je 500 000 m, tako da sve ordinate imaju pozitivnu vrijednost;
- Konstantni linearni modul razmjere $m=0.9996$ (razmjera duž srednjeg meridijana, udaljavanjem od srednjeg meridijana zone razmjera se povećava);
- Pravougle koordinate se jedinstveno određuju za sve zone;
- Formule za transformaciju koordinata iz jedne zone u drugu su jedinstvene;
- Konvergencija meridijana ne prelazi 5° .

Sistem sadrži tri stepena obilježavanja. Prvi i drugi stepen označavaju površine, a treći položaj tačaka unutar tih površina.



Slika 22. UTM projekcija

U prvom stepenu obilježavanja (Slika 22), Zemljina površina između 80°N i 80°S je meridijanima i paralelama podjeljena na redove i kolone. Uzastopna rastojanja meridijana iznose 6° , a uzastopna rastojanja paralela 8° . Kolone se obeležavaju arapskim brojevima od 1 do 60 a redovi velikim slovima abecede, počev od C do zaključno X, pri čemu su slova I i O ispuštena. Slova A, B, Y, Z su rezervisana za obilježavanje sjevernog i južnog polarnog prostora. Svaka tako ograničena površina naziva se zonom (Grid Zone Designation). Svaka zona se obilježava oznakom kolone i reda. Tako bi zona koja obuhvata dio naše teritorije nosila oznaku 34 T. Ovaj stepen obilježavanja se koristi samo kada se želi definisati prostor u okviru svjetskih relacija, u lokalnom obilježavanju, on se obično izostavlja.

Sve šira zastupljenost WGS84 i UTM u raznim aplikacijama sistemima, posebno onim zasnovanim na GPS-u, širi krug zainteresovanih za poznavanje procedura i načina prelaska iz tih sistema u odgovarajuće naše sisteme, tj. naš datum (Beselov elipsoid) i našu državnu projekciju (Gaus–Krigerovu projekciju).

Opšti interesi zahtijevaju nesmetano korišćenje podataka u prostoru različitih izvora i njihovo integrisanje u jedinstveni koordinatni sistem. Za nas je posebno interesantno rješenje problema transformacije iz državnog koordinatnog sistema u sistem UTM, odnosno iz Gaus-Krigerove projekcije trostepenih meridijanskih u UTM projekciju i obratno. Transformacijom državnog koordinatnog sistema u sistem UTM moguće je otkloniti položajnu grešku našeg državnog koordinatnog sistema pri čemu je tačnost navedene transformacije sa stanovništva linijskih deformacija, odnosno tačnosti koju obezbjeđuje UTM projekcija, prihvatljiv imajući u vidu opšte potrebe. Zahtjevi u smislu tačnosti za čisto geodetske i pojedine kartografske potrebe načelno su daleko strožiji i mogu se definisati pojedinačno za svaki konkretan problem transformacije.

Danas se sve češće srećemo sa zadacima u kojima se koriste grafički, numerički i drugi dokumenti jednog koordinatnog sistema zajedno sa podacima definisanim u drugom koordinatnom sistemu, prije svih UTM koordinatnog sistema. Korišćenje UTM koordinatnog sistema vezano je za nezaustavljive integracione procese i nužnost približavanja državama koje diktiraju razvoj tehnologije. Naše topografske i katastarske podloge urađene su u Gaus-Krigerovoj projekciji trostepenih meridijanskih zona korišćenjem Beselovog elipsoida, što u pojedinim slučajevima imajući u vidu naprijed navedeno, otežava korišćenje dobijenih podataka i donošenje pravovremenih odluka.